Ü 10.1 Linienintegral

geg.: Vektorfeld $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z) = \vec{v}(X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z))$ und eine Raumkurve $C : \vec{r} = \vec{r}(t)$ mit $a < t < b$ im Definitionsbereich von $\vec{v}$.
Das Linienintegral von $\vec{v}$ längs der Kurve C ist das bestimmte Integral

$$^{C}\int \vec{v} \cdot d\vec{r} = \int_{a}^{b} \vec{v}(\vec{r}(t)) \cdot \dot{\vec{r}}(t) \cdot dt$$

Mit

$$\vec{r} = (x(t), y(t), z(t))$$

gilt im Vektorfeld $\vec{v}$:

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t)$$

Berechnung des Linienintegrals durch Integration des inneren Produkts aus $\vec{v}$ und $\vec{r}$ von $t = a$ bis $t = b$

Beispiel zur Berechnung eines Linienintegrals

geg.: Vektorfeld $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z) = \vec{v}(2y + 3, xz, yz - x)$

Man berechne das Linienintegral $^{C}\int \vec{v} \cdot d\vec{r}$ längs der Kurve $C : \vec{r} = (2t^2, t, t^3)$, $0 \le t \le 1$