

#### A4.1 Vektoranalysis

Definieren beziehungsweise berechnen Sie folgende Größen und erklären Sie die Bedeutung:

**1 Skalarfeld**

**2 Vektorfeld**

**3 Gradient eines Skalarfeldes  $f = f(x, y, z)$**

$$f = 3 \cdot x + x \cdot e^y + x \cdot y \cdot e^z$$

**4 Divergenz eines Vektorfeldes  $\vec{v} = (X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z))$**

$$\vec{v} = (x + y^2, \sin y, x \cdot y \cdot z)$$

**5 Rotor (oder Rotation) eines Vektorfeldes  $\vec{v} = (X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z))$**

$$\vec{v} = (x + y, e^{x+y} + z, z + \sin x)$$

**6 Nabla-Operator**

**7 Laplace Operator**

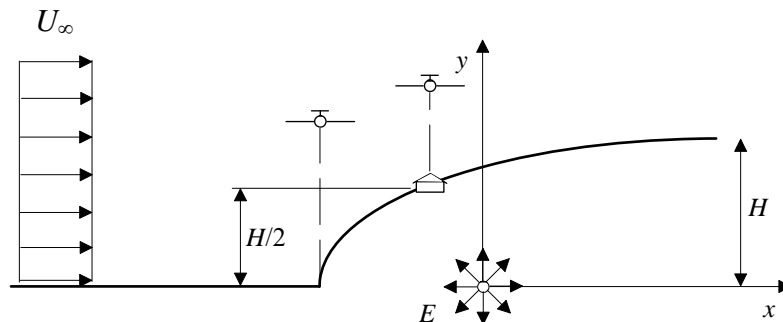
**8 Linienintegral**

Berechnen Sie das Linienintegral im Vektorfeld  $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z)$  längs der Kurve

$C : \vec{r} = \vec{r}(t), a \leq t \leq b$  für

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z) = (2y + 3, xz, yz - x) \text{ und } C : \vec{r} = (2t^2, t, t^3), 0 \leq t \leq 1$$

### A4.2 Ebener Halbkörper

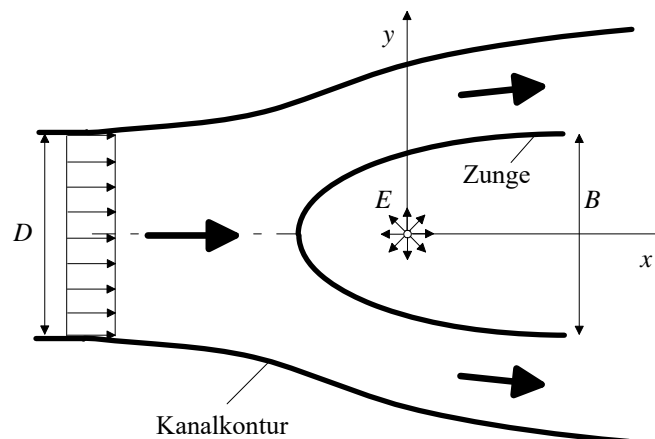


Ein Höhenzug besitzt die Form eines ebenen Halbkörpers und wird mit der Geschwindigkeit  $U_\infty$  angeströmt. Bei  $H/2$  befindet sich eine Wetterstation. Die Strömung kann als Potentialströmung angenähert werden. Es gelten folgende Werte:

$$U_\infty = 30 \text{ m/s}, H = 50 \text{ m}, p_\infty = 800 \text{ hPa}, \rho_\infty = 1,0 \text{ kg/m}^3$$

- Wie groß ist die imaginäre Quellstärke  $E$ ?
- In welcher Höhe muss sich ein Segelflugzeug über der Wetterstation aufhalten, damit es keine Höhe verliert? Das Eigensinken des Flugzeugs beträgt  $v_s = 0,7 \text{ m/s}$
- Berechnen Sie den statischen Druck  $p$ , den Druckbeiwert  $c_p$  und die Druckabweichung  $\Delta p/p_\infty$  gegenüber der freien Außenströmung an der Wetterstation.
- In welcher Höhe muss das Flugzeug am Fuß des Höhenzugs fliegen, damit es nicht sinkt?

### A4.3 Ebener Halbkörper

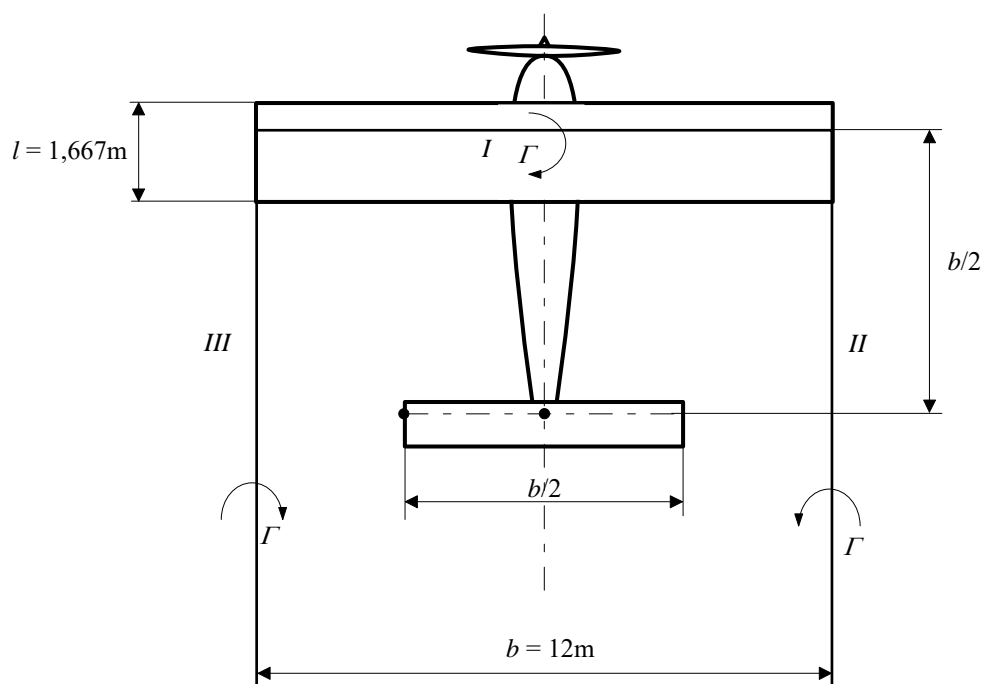


In einem zweidimensionalen Kanal soll die Strömung in zwei gleich große Teilströme aufgeteilt werden. Dazu befindet sich an der Stelle, an der sich der Kanalquerschnitt erweitert, eine zweidimensionale Zunge. Die Kanalkontur ist so auszulegen, dass die Strömung als Überlagerung einer ebenen Translationsströmung mit einer Quellströmung, definiert werden kann. Es gelten folgende Werte:  $D = B = 0,04 \text{ m}$ ,  $U_\infty = 25 \text{ m/s}$

Berechnen Sie

- Quellstärke  $E$
- Potential- und Stromfunktion in Polarkoordinaten
- Die  $y$ -Koordinate der Kanalwand  $y_K(\varphi \rightarrow \pi)$
- Wie groß ist für  $\varphi = \pi$  der Wert der Stromlinie der Kanalwand?
- Gleichung der Kanalkontur  $K$  in der Form  $r_K = f(\varphi)$
- Geschwindigkeitsverteilung im Strömungsfeld  $w/U_\infty = f(r/D, \varphi)$
- Druckbeiwert  $c_p$  auf der  $x$ -Achse bei  $x/D = -0,16, -0,5, -1,0$

#### A4.4 Induzierter Abwind (Biot-Savart)



Bestimmen Sie die Abwindgeschwindigkeit  $w_i$  und den induzierten Abwindwinkel  $\alpha_i$  in der Mitte und am seitlichen Rand des Höhenleitwerks. Es gelten folgende Werte:

Gewicht:  $m \cdot g = 1,2 \cdot 10^4 \text{ N}$

Luftdichte:  $\rho = 1,0 \text{ kg/m}^3$

Fluggeschwindigkeit:  $V = 100 \text{ m/s}$

#### A4.5 Berechnung der Druckverteilung an einen quer angeströmten Zylinder

Berechnen Sie die Druckverteilung an der Oberfläche eines Zylinders mit dem Radius  $R = 1 \text{ m}$ , der sich in einer ebenen Translationsströmung mit  $u_\infty = 1 \text{ m/s}$  befindet und dem eine Zirkulation der Stärke  $\Gamma = -2 \cdot \pi \cdot R \cdot u_\infty \text{ m}^2/\text{s}$  überlagert wurde.

#### A 4.6 Quer angeströmter Zylinder

An einem Brückenpfeiler soll unter Wasser ein Sensor zur Messung des statischen Drucks in der Strömung angebracht werden. Bestimmen Sie die radiale Position  $\varphi$  des Sensors in einer vorgegebenen Wassertiefe  $H$ . Der Pfeiler hat den Durchmesser  $R$  und die Strömung mit der Geschwindigkeit  $u_\infty$  kann als zweidimensional angenommen werden.

